

Imię

Data

Nazwisko

Kierunek studiów

Ćwiczenie 145: Częstotliwość rezonansowa w obwodach RLC

Tabela: Spadek napięcia na oporniku i natężenie prądu w obwodzie w funkcji częstotliwości prądu f w równoległych i szeregowych obwodach RLC.

$C = \dots\dots\dots \mu\text{F}$, $L = \dots\dots\dots \text{H}$, $R = \dots\dots\dots \Omega$

f [Hz]	V_{Szereg} [V]	I_{Szereg} [mA]	$V_{\text{Równoległe}}$ [V]	$I_{\text{Równoległe}}$ [mA]
30				
50				
60				
70				
75				
80				
85				
88				
90				
93				
95				
100				
105				
110				
120				
130				
150				

Wyznaczona częstotliwość rezonansowa f_r , [Hz]	
Wyznaczona kołowa częstość rezonansowa ω_r , [s^{-1}]	
Teoretyczna kołowa częstość rezonansowa ω_r^T , [s^{-1}]	

Różnica procentowa: $Bp = \frac{ \omega_{res} - \omega_{res}^T }{\omega_{res}} \cdot 100\%$	
---	--

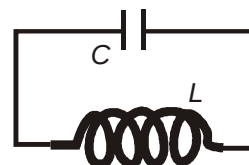
Ćwiczenie 145: Częstotliwość rezonansowa w obwodach RLC

Cel

Ćwiczenie ma na celu zbadanie zjawiska rezonansu w obwodzie rezystor - cewka - kondensator, czyli w szeregowych i równoległych obwodach RLC, poprzez badanie amplitudy prądu płynącego przez opornik w funkcji częstotliwości przyłożonego napięcia.

Teoria

W obwodzie elektrycznym LC (cewka-kondensator) ładunek, prąd i potencjał nie zanikają wykładniczo, lecz zmieniają się sinusoidalnie (z częstotliwością kątową ω). Powstałe w ten sposób oscylacje pola elektrycznego kondensatora (C) i pola magnetycznego cewki (L) są oscylacjami elektromagnetycznymi.



Jeżeli naładowany kondensator (o pojemności C), połączymy z cewką indukcyjną (o indukcyjności L), to rozpoczyna się jego rozładowywanie. Gdy ładunek kondensatora maleje, maleje również energia zgromadzona w polu elektrycznym wewnątrz kondensatora. Energia ta jest przekazywana do pola magnetycznego wytwarzanego przez cewkę, ponieważ prąd rozładowania kondensatora przepływa przez cewkę. Ze względu na pojawiającą się siłę elektromotoryczną cewki indukuje ona prąd w przeciwnym kierunku i kondensator zaczyna się ładować. Okładki kondensatora gromadzą ładunek odwrotnie do tego, który został utracony podczas rozładowania. Obwód osiąga stan początkowy, a cały proces trwa dalej, prawie bez strat energii, gdy w obwodzie nie ma oporu lub jest on znikomy.

Rezonans w obwodach elektrycznych

W każdym obwodzie prądu przemiennego składającym się z rezystorów, kondensatorów i cewek połączonych szeregowo lub równolegle występuje zjawisko rezonansu dla charakterystycznej częstotliwości nazywanej częstotliwością rezonansową. Dzieje się tak dla częstotliwości, przy której reaktancja indukcyjna równa się reaktancji pojemnościowej (jest to uproszczenie, ale w naszym przypadku prawdziwe i wystarczające dla celów tego ćwiczenia).

Reaktancja pojemnościowa

Przyłożmy do kondensatora napięcie zmienne: $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$. Prąd płynący przez obwód z kondensatorem jest równy: $I_c(t) = C \frac{dU}{dt} = C\omega U_0 \cos(\omega t) = I_{C0} \cos(\omega t) = I_{C0} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Oznacza to, że mamy prąd (o amplitudzie $I_{C0} = C\omega U_0$), który wyprzedza napięcie wejściowe w fazie o 90° (funkcja cosinus jest przesunięta względem funkcji sinus o $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$). Porównując $I_{C0} = \frac{U_0}{1/C\omega}$ z prawem Ohma $I = \frac{U}{R}$, otrzymujemy opór kondensatora, który zależy od częstotliwości prądu; dlatego nazywamy go reaktancją pojemnościową i oznaczamy przez $X_C = \frac{1}{C\omega}$.

Reaktancja indukcyjna

Przez analogię, przyłożmy do cewki indukcyjnej napięcie: $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$. Możemy napisać, że prąd płynący przez cewkę jest równy:

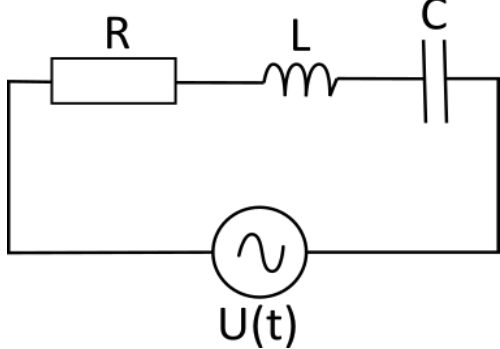
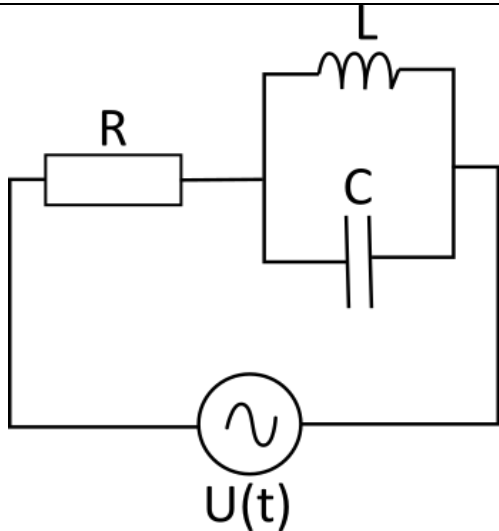
$$I_L(t) = \int dI_L = \frac{U_0}{L} \int \sin(\omega t) dt = -\frac{U_0}{L\omega} \cos(\omega t) = \frac{U_0}{L\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_{L0} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

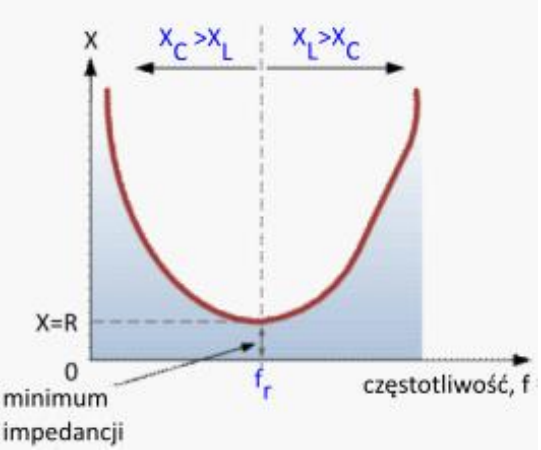
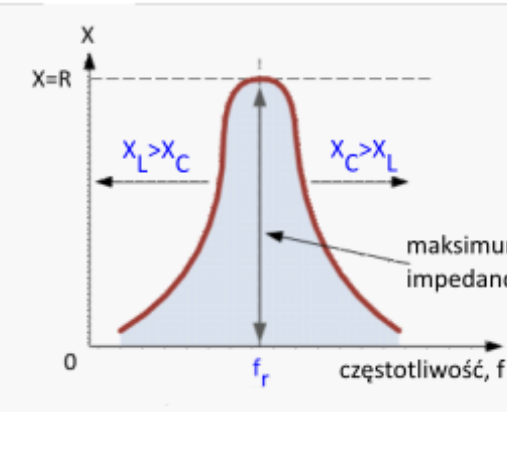
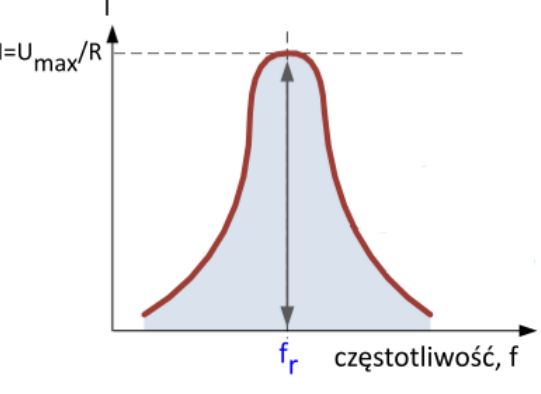
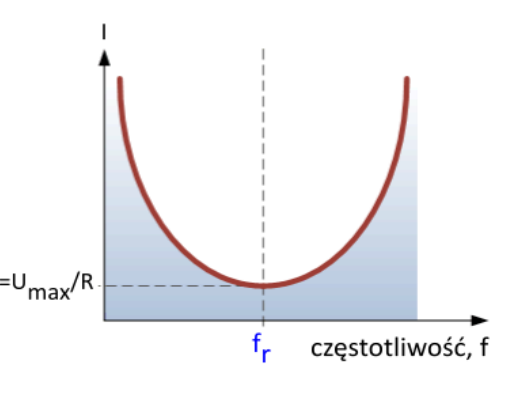
Dla obciążenia indukcyjnego prąd jest opóźniony w fazie w stosunku do napięcia o 90° . Oznacza to, że szczyt prądu następuje po pikie napięcia na cewce. Porównując $I_{L0} = \frac{U_0}{L\omega}$ z prawem Ohma $I = \frac{U}{R}$ otrzymujemy rezystancję cewki, która zależy od częstotliwości prądu; dlatego nazywamy ją reaktancją indukcyjną i oznaczamy przez $X_L = \omega L$.

Relacje pomiędzy napięciem, a prądem w różnych elementach biernych

Element obwodu	Symbol	Rezystancja lub Reaktancja	Faza prądu	Przesunięcie fazowe prądu względem napięcia	Relacja amplitudowa
Rezystor	R	R	zgodna w fazie ze spadkiem napięcia na oporniku	0°	$V_R = I_R R$
Kondensator	C	$X_C = \frac{1}{C\omega}$	wyprzedza spadek napięcia na kondensatorze o 90°	-90°	$V_C = I_C X_C$
Cewka	L	$X_L = \omega L$	następuje po spadku napięcia na cewce po 90°	90°	$V_L = I_L X_L$

Rezonans w obwodach RLC przy połączeniu szeregowym i równoległym

	Połączenie szeregowe cewki, kondensatora i rezystancji	Połączenie równoległe cewki i kondensatora
Schemat obwodu		
Całkowita impedancja obwodu	$X = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$X = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$

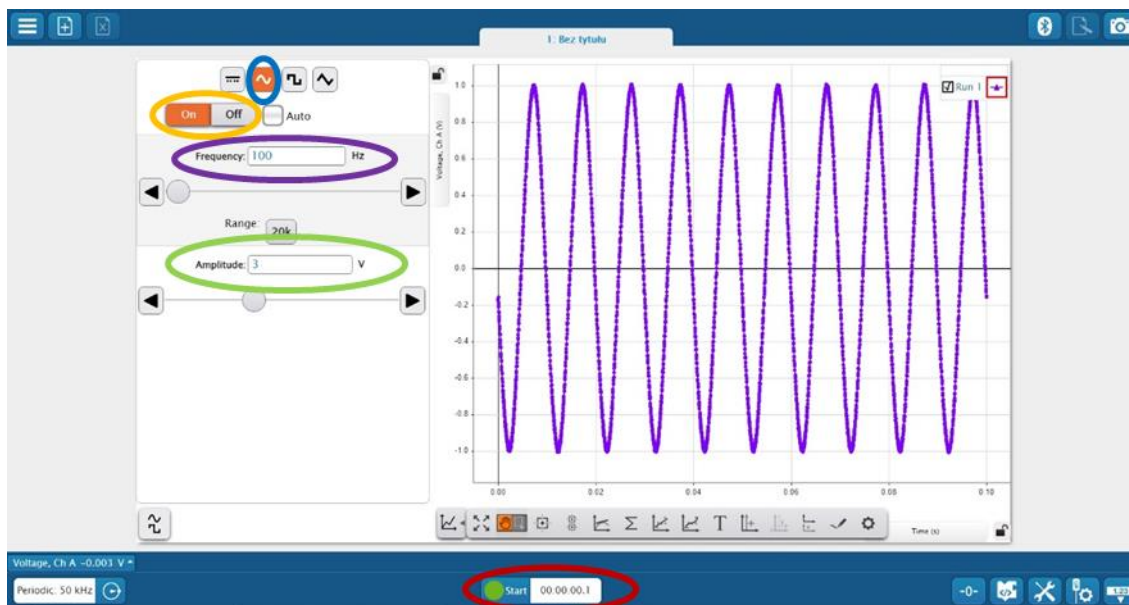
Całkowita impedancja obwodu		
Częstotliwość rezonansowa	$X_C = X_L$ $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ $2\pi f = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \xrightarrow{\text{a stąd}} f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	
Zależność prądu płynącego przez rezystor		
Cechy obwodu	- Dla częstotliwości mniejszej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f < f_r$, impedancja $X_C > X_L$. Dlatego obwód ma charakter pojemnościowy. - Dla częstotliwości większej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f > f_r$, impedancja $X_L > X_C$. Dlatego obwód ma charakter indukcyjny. - Dla częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f = f_r$, impedancja $X_L = X_C$. Prąd płynący przez obwód osiąga wartość maksymalną, a impedancja całkowita obwodu wartość minimalną równą rezystancji opornika.	- Dla częstotliwości mniejszej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f < f_r$, impedancja $X_L > X_C$. Dlatego obwód ma charakter indukcyjny. - Dla częstotliwości większej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f > f_r$, impedancja $X_C > X_L$. Dlatego obwód ma charakter pojemnościowy. - Dla częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f = f_r$, impedancja $X_L = X_C$. Prąd płynący przez obwód osiąga wartość minimalną, a impedancja całkowita obwodu wartość maksymalną równą rezystancji opornika.

Przebieg ćwiczenia

1. Włącz zasilanie stołu (patrz deska rozdzielcza stołu – przy Twojej lewej nodze, gdy siedzisz na wprost komputera) – przekręć czerwoną „gałkę” w kierunku strzałek (powinna wyskoczyć), przekręć kluczyk jak w samochodzie i puść.
2. Włącz w następującej kolejności: (1) PASCO universal interface, a następnie (2) komputer.

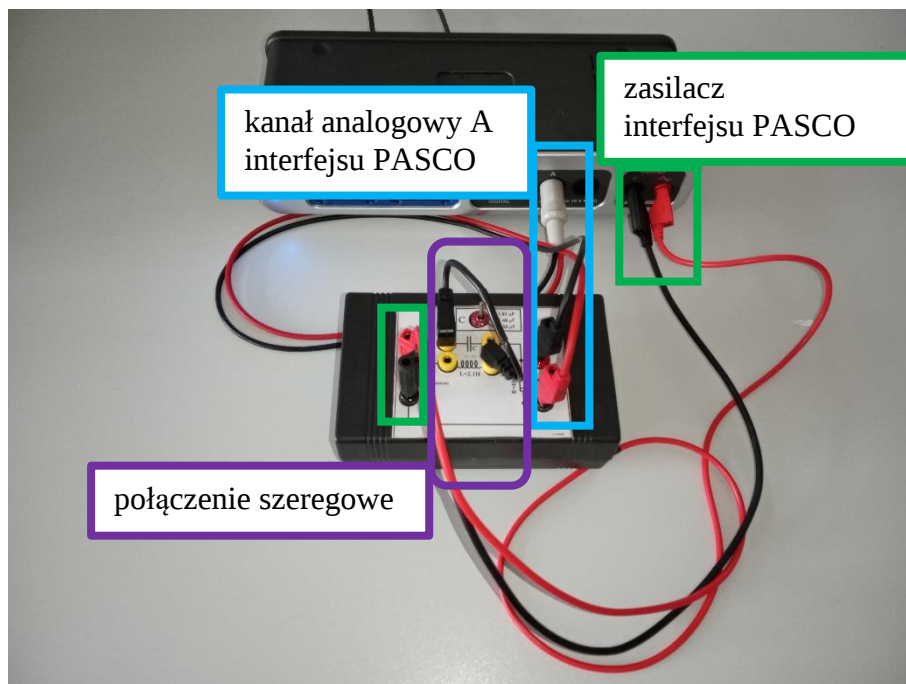


3. Przyłącz zasilanie z interfejsu (kable po prawej stronie interfejsu) do układu pokazanego na rysunku powyżej do wejść – generator, częstotliwościomierz.
4. Podłącz czujnik mierzący spadek napięcia na oporniku (wejścia – woltomierz AC) wykorzystując kanał analogowy A interfejsu.
5. Uruchom na komputerze aplikację **Ex145**.

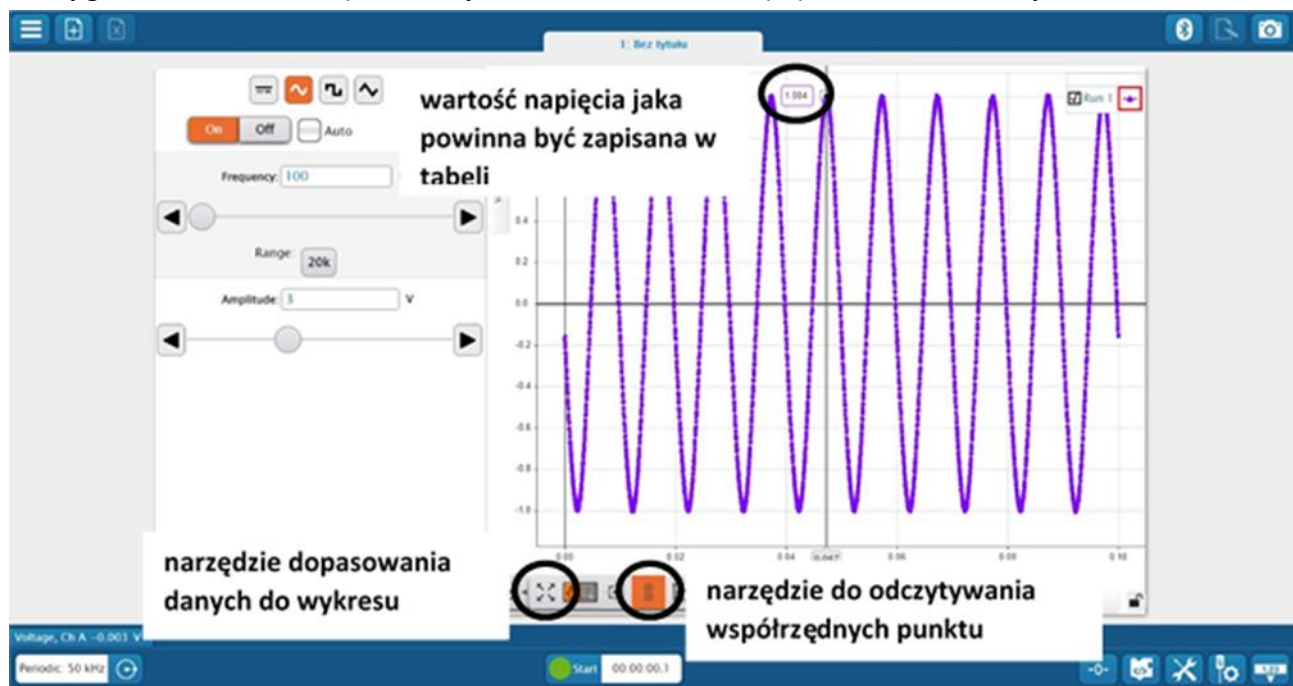


6. Na generatorze sygnału napięcia wychodzącego z interfejsu (panel po lewej stronie – wg. rysunku powyżej) ustawiamy amplitudę sygnału **amplitude 3 V** (proszę nie ustawiać większej wartości), klikamy kształt sygnału na **funkcję sinus**, ustawiamy częstotliwość sygnału **frequency 30.00 Hz**. Bardzo ważne jest by przełączyć stan generatora na włączony **ON**.

7. Połącz żółte gniazda bananowe, tak aby uzyskać połączenie szeregowe pomiędzy kondensatorem, a cewką indukcyjną. Prawidłowe połączenia są zaznaczone na zdjęciu poniżej.

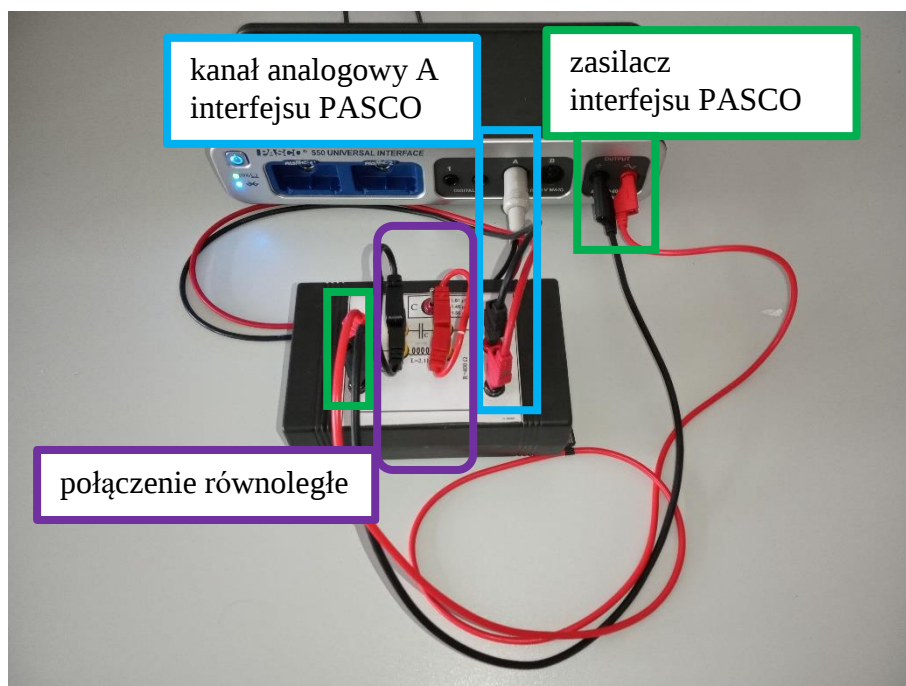


8. Kliknij przycisk START (w aplikacji), aby rozpocząć monitorowanie danych. Generator sygnałów uruchomi się automatycznie, dane również będą zbierane automatycznie.



9. Kliknij przycisk  - aby dopasować wyświetlanie danych na wykresie.
10. Kliknij przycisk  - narzędzie do odczytywania współrzędnych punktu z wykresu. Do tabeli wpisujemy maksymalne napięcie – amplitudę otrzymanej funkcji harmonicznej (jak pokazano na rysunku powyżej).
11. W oknie generatora sygnałów zmień wartość częstotliwości na kolejną z tabeli.

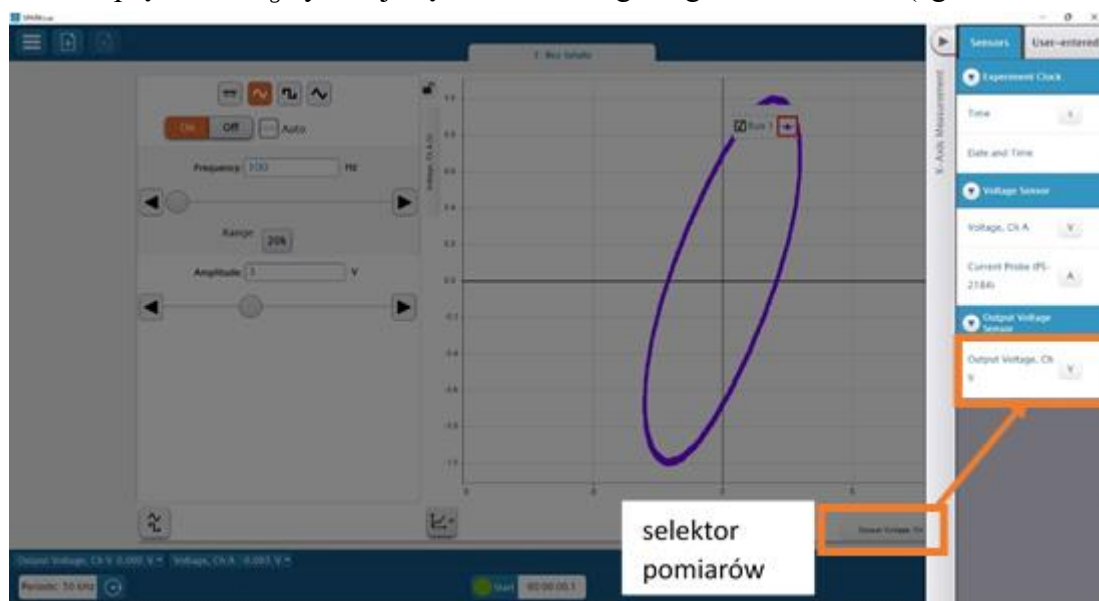
12. Powtórz kroki 8-11 aż do osiągnięcia ostatniej wartości częstotliwości w tabeli.



13. Zmień połączenie żółtych gniazd bananowych, aby uzyskać równoległe połączenie kondensatora z cewką indukcyjną (prawidłowe połączenie pokazuje powyższe zdjęcie).

14. Powtórz kroki 8-11, aby uzupełnić tabelę.

15. Zmień połączenie żółtych gniazd bananowych, aby ponownie uzyskać połączenie szeregowe pomiędzy kondensatorem, a cewką indukcyjną. Ustaw częstotliwość generatora na taką, dla której zmierzone napięcie V_{Szereg} było największe dla szeregowego obwodu RLC (zgodnie z tabelą).



16. Kliknij selektor pomiarów pokazany powyżej na rysunku, aby zmienić zmienną pomiarową z czasu na napięcie. W okienku wyboru pomiaru wybierz Output Voltage, Ch V.

17. Jeśli napięcia przyłożone do osi X i Y są przesunięte w fazie, to na ekranie zobaczymy elipsę lub koło. Jeśli napięcia są w fazie, na ekranie pojawi się linia prosta. Oznacza to, że obwód RLC jest w rezonansie (szukaj częstotliwości rezonansowej zmieniając ją na generatorze co 0,1 Hz). Zapisz w tabeli otrzymaną wartość częstotliwości rezonansowej – w pozycji “Wyznaczona częstotliwość rezonansowa”.

18. Zamknij aplikację, a następnie wyłącz komputer.

Analiza danych

1. Obliczyć natężenie prądu w obwodach RLC korzystając z prawa Ohma: $I = \frac{U}{R}$. Proszę pamiętać, że wynik zapisujemy w mA, czyli wartość uzyskaną ze wzoru przemnażamy przez 1000, bo $1 \text{ A} = 1000 \text{ mA}$.
2. Narysować wykresy zależności prąd-częstotliwość $I(f)$ dla obwodu szeregowego i równoległego oraz zaznaczyć na nich częstotliwość rezonansową f_r .
3. Obliczyć rezonansową częstotliwość kątową: $\omega_r = 2\pi f_r$
4. Obliczyć teoretyczną rezonansową częstotliwość kątową: $\omega_r^T = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
5. Obliczyć procentową różnicę między teoretyczną i doświadczalną wartością rezonansowej częstotliwości kątowej.

Pytania do “przedyskutowania” we wnioskach w sprawozdaniu

Przeanalizuj, która częstotliwość rezonansowa, doświadczalna czy teoretyczna, została wyznaczona dokładniej?

Czy częstotliwość rezonansowa jest taka sama dla równoległych i szeregowych obwodów RLC? Dlaczego? Pytanie dla ambitnych: Czy tak będzie dla wszystkich możliwych połączeń R, L i C?