

Imię

Data

Nazwisko

Kierunek studiów

Ćwiczenie 245: Częstotliwość rezonansowa w obwodach RLC

Tabela: Spadek napięcia na oporniku i natężenie prądu w obwodzie w funkcji częstotliwości prądu f w równoległych i szeregowych obwodach RLC.

$C = \dots \mu\text{F}$, $L = \dots \text{H}$, $R = \dots \Omega$

f [Hz]	V_{Szereg} [V]	I_{Szereg} [mA]	$V_{\text{Równoległe}}$ [V]	$I_{\text{Równoległe}}$ [mA]
50				
60				
70				
80				
85				
90				
95				
98				
100				
102				
105				
110				
115				
120				
130				
150				
160				
170				

Wyznaczona częstotliwość rezonansowa f_r , [Hz]	
Wyznaczona kołowa częstość rezonansowa ω_r , [s^{-1}]	
Teoretyczna kołowa częstość rezonansowa ω_r^T , [s^{-1}]	
Różnica procentowa: $Bp = \frac{ \omega_{res} - \omega_{res}^T }{\omega_{res}} \cdot 100\%$	

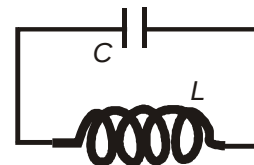
Ćwiczenie 245: Częstotliwość rezonansowa w obwodach RLC

Cel

Ćwiczenie ma na celu zbadanie zjawiska rezonansu w obwodzie rezystor - cewka - kondensator, czyli w szeregowych i równoległych obwodach RLC, poprzez badanie amplitudy prądu płynącego przez opornik w funkcji częstotliwości przyłożonego napięcia.

Teoria

W obwodzie elektrycznym LC (cewka-kondensator) ładunek, prąd i potencjał nie zanikają wykładniczo, lecz zmieniają się sinusoidalnie (z częstotliwością kątową ω). Powstałe w ten sposób oscylacje pola elektrycznego kondensatora (C) i pola magnetycznego cewki (L) są oscylacjami elektromagnetycznymi.



Jeżeli naładowany kondensator (o pojemności C), połączymy z cewką indukcyjną (o indukcyjności L), to rozpoczyna się jego rozładowywanie. Gdy ładunek kondensatora maleje, maleje również energia zgromadzona w polu elektrycznym wewnątrz kondensatora. Energia ta jest przekazywana do pola magnetycznego wytwarzanego przez cewkę, ponieważ prąd rozładowania kondensatora przepływa przez cewkę. Ze względu na pojawiającą się siłę elektromotoryczną cewki indukuje ona prąd w przeciwnym kierunku i kondensator zaczyna się ładować. Okładki kondensatora gromadzą ładunek odwrotnie do tego, który został utracony podczas rozładowania. Obwód osiąga stan początkowy, a cały proces trwa dalej, prawie bez strat energii, gdy w obwodzie nie ma oporu lub jest on znikomy.

Rezonans w obwodach elektrycznych

W każdym obwodzie prądu przemiennego składającym się z rezystorów, kondensatorów i cewek połączonych szeregowo lub równolegle występuje zjawisko rezonansu dla charakterystycznej częstotliwości nazywanej częstotliwością rezonansową. Dzieje się tak dla częstotliwości, przy której reaktancja indukcyjna równa się reaktancji pojemnościowej (jest to uproszczenie, ale w naszym przypadku prawdziwe i wystarczające dla celów tego ćwiczenia).

Reaktancja pojemnościowa

Przyłożmy do kondensatora napięcie zmienne: $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$. Prąd płynący przez obwód z kondensatorem jest równy: $I_c(t) = C \frac{dU}{dt} = C \omega U_0 \cos(\omega t) = I_{C0} \cos(\omega t) = I_{C0} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Oznacza to, że mamy prąd (o amplitudzie $I_{C0} = C \omega U_0$), który wyprzedza napięcie wejściowe w fazie o 90° (funkcja cosinus jest przesunięta względem funkcji sinus o $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$). Porównując $I_{C0} = \frac{U_0}{1/C\omega}$ z prawem Ohma $I = \frac{U}{R}$, otrzymujemy opór kondensatora, który zależy od częstotliwości prądu; dlatego nazywamy go reaktancją pojemnościową i oznaczamy przez $X_C = \frac{1}{C\omega}$.

Reaktancja indukcyjna

Przez analogię, przyłożmy do cewki indukcyjnej napięcie: $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$. Możemy napisać, że prąd płynący przez cewkę jest równy:

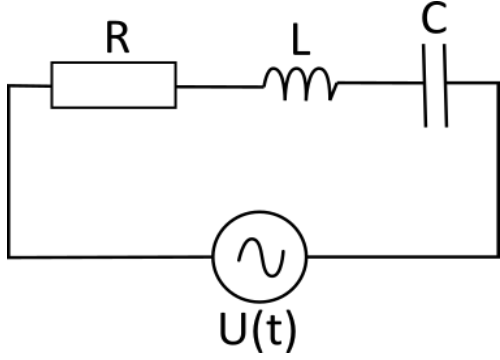
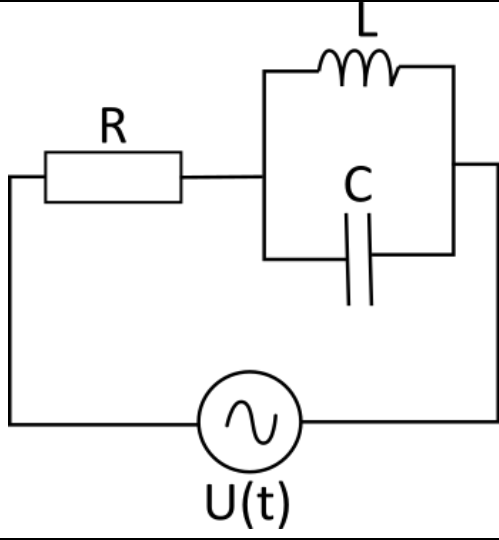
$$I_L(t) = \int dI_L = \frac{U_0}{L} \int \sin(\omega t) dt = -\frac{U_0}{L\omega} \cos(\omega t) = \frac{U_0}{L\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_{L0} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

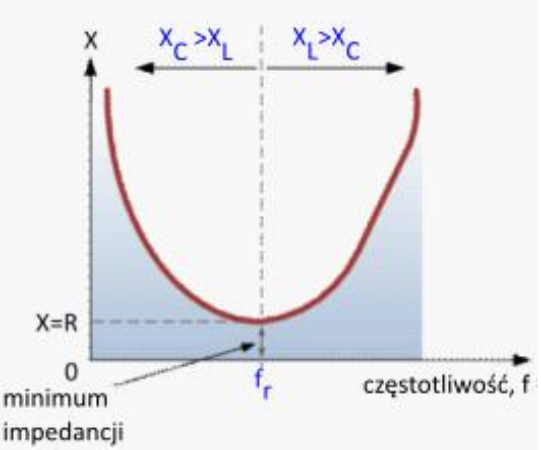
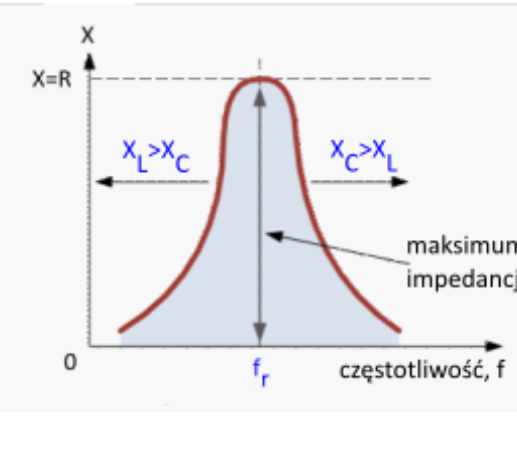
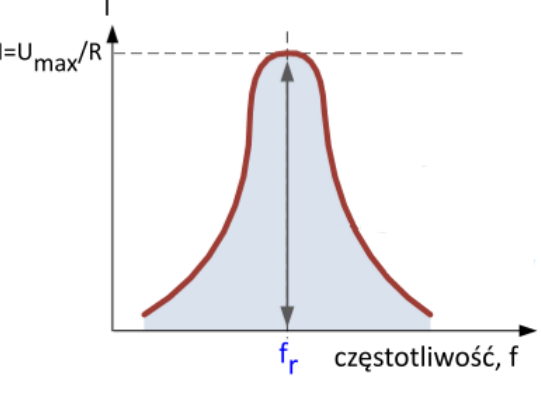
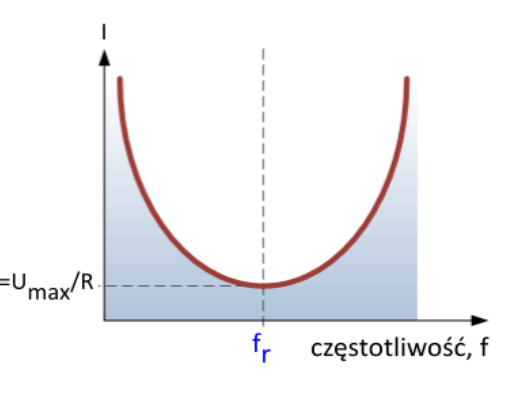
Dla obciążenia indukcyjnego prąd jest opóźniony w fazie w stosunku do napięcia o 90° . Oznacza to, że szczyt prądu następuje po pikcie napięcia na cewce. Porównując $I_{L0} = \frac{U_0}{L\omega}$ z prawem Ohma $I = \frac{U}{R}$ otrzymujemy rezystancję cewki, która zależy od częstotliwości prądu; dlatego nazywamy ją reaktancją indukcyjną i oznaczamy przez $X_L = \omega L$.

Relacje pomiędzy napięciem, a prądem w różnych elementach biernych

Element obwodu	Symbol	Rezystancja lub Reaktancja	Faza prądu	Przesunięcie fazowe prądu względem napięcia	Relacja amplitudowa
Rezystor	R	R	zgodna w fazie ze spadkiem napięcia na oporniku	0°	$V_R = I_R R$
Kondensator	C	$X_C = \frac{1}{C\omega}$	wyprzedza spadek napięcia na kondensatorze o 90°	-90°	$V_C = I_C X_C$
Cewka	L	$X_L = \omega L$	następuje po spadku napięcia na cewce po 90°	90°	$V_L = I_L X_L$

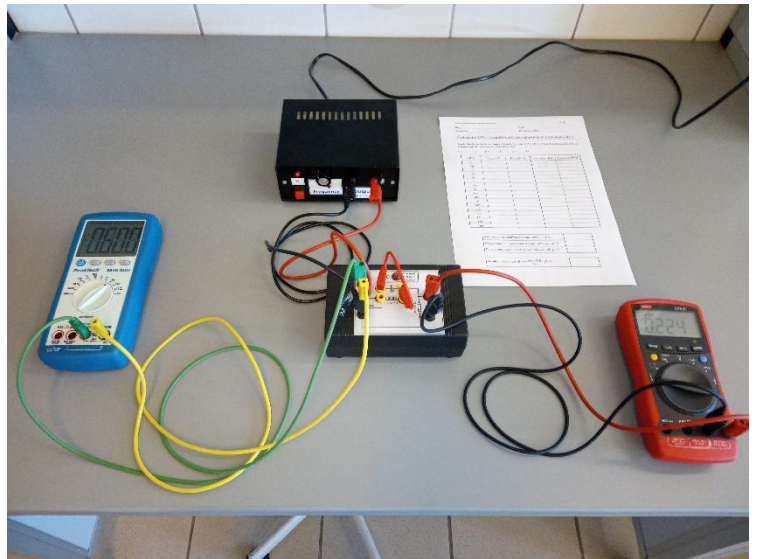
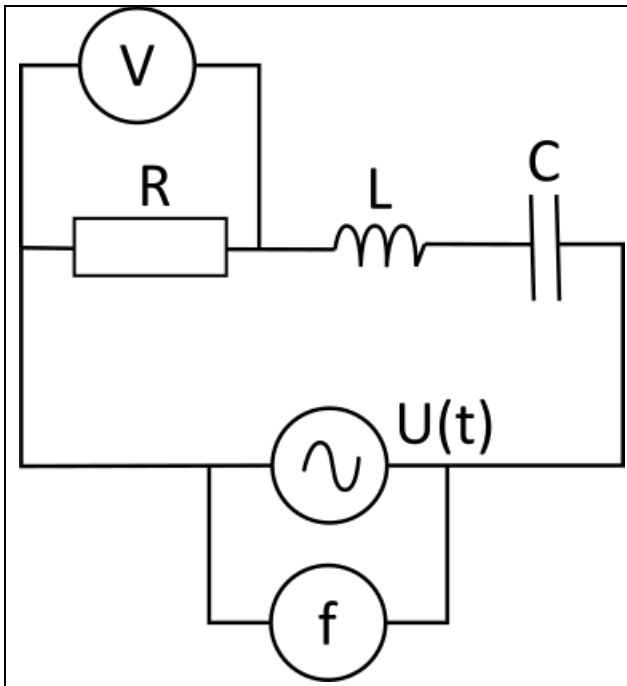
Rezonans w obwodach RLC przy połączeniu szeregowym i równoległym

	Połączenie szeregowe cewki, kondensatora i rezystancji	Połączenie równoległe cewki i kondensatora
Schemat obwodu		
Całkowita impedancja obwodu	$X = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$X = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$

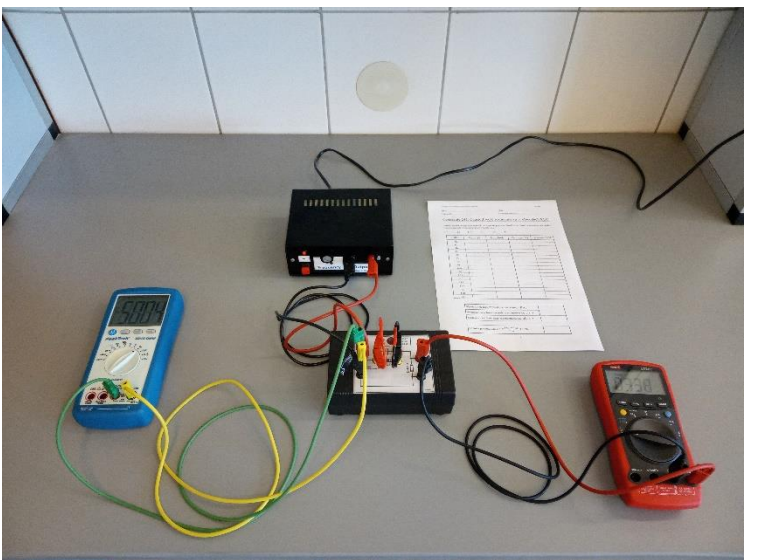
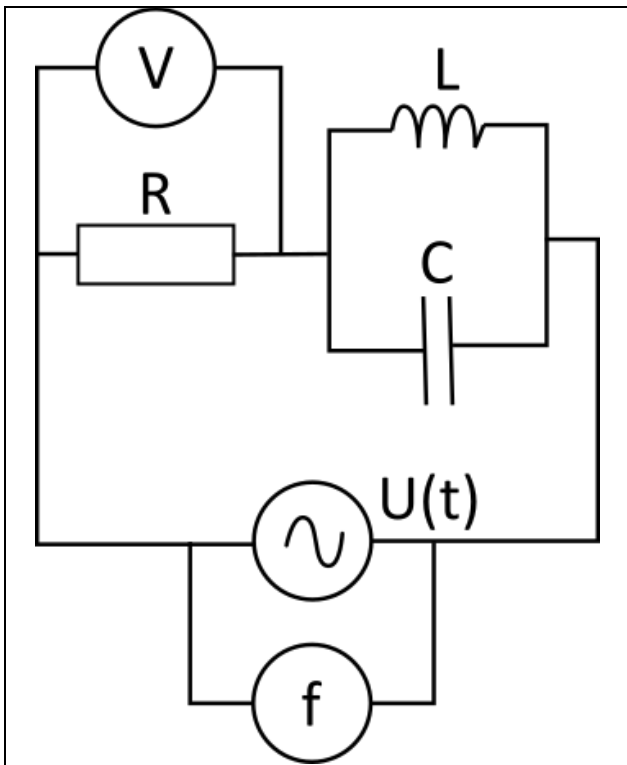
Całkowita impedancja obwodu		
Częstotliwość rezonansowa	$X_C = X_L$ $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ $2\pi f = \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \xrightarrow{\text{a stąd}} f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$	
Zależność prądu płynącego przez rezystor		
Cechy obwodu	- Dla częstotliwości mniejszej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f < f_r$, impedancja $X_C > X_L$. Dlatego obwód ma charakter pojemnościowy. - Dla częstotliwości większej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f > f_r$, Impedancja $X_L > X_C$. Dlatego obwód ma charakter indukcyjny. - Dla częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f = f_r$, Impedancja $X_L = X_C$. Prąd płynący przez obwód osiąga wartość maksymalną, a impedancja całkowita obwodu wartość minimalną równą rezystancji opornika.	- Dla częstotliwości mniejszej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f < f_r$, impedancja $X_L > X_C$. Dlatego obwód ma charakter indukcyjny. - Dla częstotliwości większej od częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f > f_r$, impedancja $X_C > X_L$. Dlatego obwód ma charakter pojemnościowy. - Dla częstotliwości rezonansowej, czyli dla $f = f_r$, impedancja $X_L = X_C$. Prąd płynący przez obwód osiąga wartość minimalną, a impedancja całkowita obwodu wartość maksymalną równą rezystancji opornika.

Przebieg ćwiczenia

1. Łączymy obwód według schematu i zdjęcia pokazanego poniżej (najpierw połączenie szeregowe cewki i kondensatora).



2. Ustawiamy odpowiednio mierniki uniwersalne na pomiar częstotliwości i napięcia zmiennego (AC).
3. Włączamy zasilacz prądu przemiennego i odczytujemy spadek napięcia na oporniku przy ustawionej odpowiednio częstotliwości. Częstotliwość napięcia podawanego do układu zmieniamy poprzez ustawienie potencjometru na zasilaczu.
4. Wykonujemy pomiary spadku napięcia na oporniku dla wszystkich częstotliwości podanych w tabeli.
5. **Wyłączamy zasilacz!**
6. Zmieniamy połączenie szeregowe cewki i kondensatora na połączenie równoległe.



7. Powtarzamy pomiary spadku napięcia na oporniku dla wszystkich częstotliwości podanych w tabeli.
8. Wyłączmy zasilacz i rozłączamy obwód.

Analiza danych

1. Obliczyć natężenie prądu w obwodach RLC korzystając z prawa Ohma: $I = \frac{U}{R}$. Proszę pamiętać, że wynik zapisujemy w mA, czyli wartość uzyskaną ze wzoru przemnażamy, przez 1000, bo 1 A = 1000 mA.
2. Narysować wykresy zależności prąd-częstotliwość $I(f)$ dla obwodu szeregowego i równoległego oraz zaznaczyć na nich częstotliwość rezonansową f_r .
3. Obliczyć rezonansową częstotliwość kątową: $\omega_r = 2\pi f_r$
4. Obliczyć teoretyczną rezonansową częstotliwość kątową: $\omega_r^T = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
5. Obliczyć procentową różnicę między teoretyczną i doświadczalną wartością rezonansowej częstotliwościątowej.

Rachunek błędu

W przypadku mierników cyfrowych dokładność pomiaru napięcia przemiennego jest równa 1,5 %. Z kolei dokładność pomiaru częstotliwości wynosi 0,3%

Maksymalny błąd bezwzględny wyznaczonej rezonansowej częstotliwościątowej wynosi $\Delta\omega_r = 2\pi\Delta f_r$.

Pytania do “przedyskutowania” we wnioskach w sprawozdaniu

Przeanalizuj, która częstotliwość rezonansowa, doświadczalna czy teoretyczna, została wyznaczona dokładniej?

Czy częstotliwość rezonansowa jest taka sama dla równoległych i szeregowych obwodów RLC? Dlaczego?
Pytanie dla ambitnych: Czy tak będzie dla wszystkich możliwych połączeń R, L i C?