

Nazwisko

Data

Nr na liście

Imię

Wydział

Dzień tyg.

Godzina

Ćwiczenie 362

Wyznaczanie ogniskowej soczewek metodą Bessela i pomiar promieni krzywizny za pomocą sferometru

I. Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej i rozpraszającej

					Odległość przedmiotu od ekranu, [m]	$l =$
Rodzaj soczewki	Położenie soczewki [m]				Różnica odl. obrazów od soczewki	Długość ogniskowej
	Obraz powiększony		Obraz zmniejszony			
	b_{1i} $i=1, 2, 3$	średnia b_1	b_{2i} $i = 1, 2, 3$	średnia b_2	$d = b_1 - b_2 $	[m]
Skupiająca						$f_1 =$
Układ soczewek						$f_u =$
					Ogniskowa soczewki rozpraszającej, [m]	$f_2 =$

II. Pomiar promieni krzywizny i wyznaczanie współczynnika załamania światła

Długość boków trójkąta c_i [m]	Średnia wartość c [m]	Położenie zerowe h_0 [m]

Wyniki pomiaru sferometrem

Soczewka	Powierzchnia I			Powierzchnia II			n
	h_1 [m]	$h_1 - h_0$ [m]	R_1 [m]	h_2 [m]	$h_2 - h_0$ [m]	R_2 [m]	
Skupiająca							
Rozpraszająca							

Ćwiczenie 362. Wyznaczanie ogniskowej soczewek metodą Bessela i pomiar promieni krzywizny za pomocą sferometru.

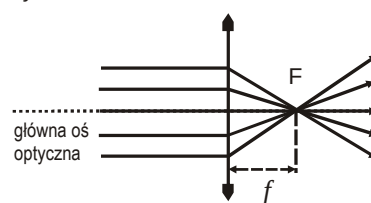
Soczewki

Soczewka sferyczna jest to substancja załamująca światło, ograniczona dwiema powierzchniami kulistymi o promieniach krzywizny R_1 i R_2 . Prosta przechodzącą przez środki krzywizny obu powierzchni nazywamy *osią główną*.

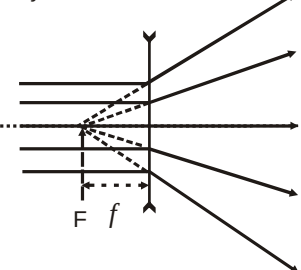
Ognisko główne soczewki skupiającej

stanowi punkt, w którym przecinają się po załamaniu w soczewce promienie biegnące w kierunku soczewki równoległe do głównej osi optycznej, rys. 1a. W ognisku głównym soczewki rozpraszającej przecinają się przedłużenia promieni

Rys. 1a



Rys. 1b



załamanych w soczewce, padających na nią równoległe do osi głównej. Odległość ogniska F od środka soczewki nazywamy *ogniskową soczewki* i oznaczamy literą f , rys. 1b.

Ogniskowa soczewki zależy od współczynnika załamania n materiału, z którego jest ona wykonana oraz od jej promieni krzywizny R_1 i R_2 . W przypadku soczewek cienkich, które są przedmiotem naszych rozważań, ogniskową możemy obliczyć ze wzoru soczewkowego:

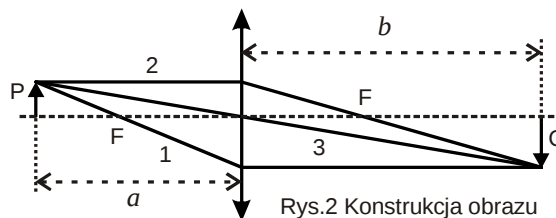
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

Promień krzywizny wypukłej powierzchni jest dodatni, a powierzchni wklęsłej — ujemny. Ponieważ ogniskowa soczewki rozpraszającej jest ujemna, suma odwrotności promieni krzywizny dla tego typu soczewki też musi być ujemna. Odwrotność ogniskowej $D = 1/f$ nazywamy *zdolnością zbierającą soczewki*. Jednostką zdolności zbierającej jest dioptria, [D]; $1D = 1m^{-1}$.

Wszystkie promienie wychodzące z punktu P (rys. 2) stanowiącego przedmiot, pod małym kątem względem osi optycznej soczewki, po przejściu przez soczewkę skupiają się w punkcie O zwanym obrazem. Obraz jest *rzeczywisty*, jeżeli promienie po przejściu przez soczewkę faktycznie przecinają się w punkcie O . Gdy promienie przechodzące są rozbieżne i przecinają się przedłużenia promieni, to mamy do czynienia z *obrazem pozornym*.

W geometrycznej konstrukcji obrazów posługujemy się promieniami, których bieg po załamaniu w soczewce daje się łatwo ustalić:

1. Promień wychodzący z ogniska po załamaniu w soczewce biegnie równoległe do osi głównej;
2. Promień równoległy do osi po załamaniu przechodzi przez ognisko;
3. Promień przechodzący przez środek optyczny soczewki nie doznaje zmiany swego kierunku.



Rys.2 Konstrukcja obrazu

Odległości a i b , przedmiotu i obrazu od środka optycznego soczewki, oraz ogniskowa soczewki f spełniają *równanie soczewek*:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (2)$$

Dla obrazów pozornych odległość b jest ujemna. Ogniskowa f_u układu optycznego składającego się z dwóch soczewek cienkich o ogniskowych f_1 i f_2 , złożonych razem, spełnia zależność

$$\frac{1}{f_u} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (3)$$

Wyznaczanie ogniskowej soczewki metodą Bessela

Soczewka skupiająca

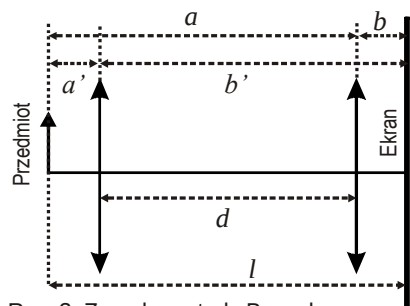
W równaniu soczewek (2) odległości a i b (przedmiotu i obrazu od soczewki) są zamienne, tzn. przy stałej odległości l przedmiotu od ekranu istnieją dwa położenia soczewki, przy których na ekranie otrzymujemy ostry obraz: raz — powiększony, drugi raz — zmniejszony, rys. 3.

Obie sytuacje różnią się między sobą tym, że odległości a i b zamieniają się rolami. Odległość a przedmiotu, przy jednym położeniu soczewki, staje się odległością b' obrazu, gdy soczewka jest w drugim położeniu i odwrotnie. Zgodnie z oznaczeniami na rys. 3: $a = b'$, $b = a'$, czyli

$$a + b = l \quad \text{ i } \quad a - b = d. \quad (4)$$

Zależności (4) pozwalają wyrazić a i b poprzez wielkości l i d . Wyznaczone w ten sposób odległości a i b podstawiamy do równania soczewek (2). Otrzymujemy wówczas następujący wzór na ogniskową f :

$$f = \frac{l^2 - d^2}{4l} \quad (5)$$



Rys. 3. Zasada metody Bessela

Warunkiem otrzymania dwóch rzeczywistych obrazów jest zależność: $l > 4f$; wówczas d wyznaczone z równania (5) spełnia warunek $d^2 > 0$.

Metoda Bessela jest dokładniejsza od metody pomiaru ogniskowej w oparciu o równanie soczewkowe (2), ponieważ nie znamy dokładnego położenia środka optycznego soczewki i pomiar wielkości a i b może być obarczony błędem systematycznym.

Soczewka rozpraszająca

Ponieważ soczewki rozpraszające nie dają obrazów rzeczywistych, łączymy soczewkę rozpraszającą o ogniskowej f_2 z soczewką skupiającą o znanej ogniskowej f_1 w układ soczewek, który powinien mieć właściwości soczewki skupiającej, co zachodzi, gdy $|f_2| > f_1$. Następnie w taki sam sposób jak dla pojedynczej soczewki skupiającej wyznaczamy ogniskową f_u układu.

Przekształcając zależność (3) otrzymamy wzór

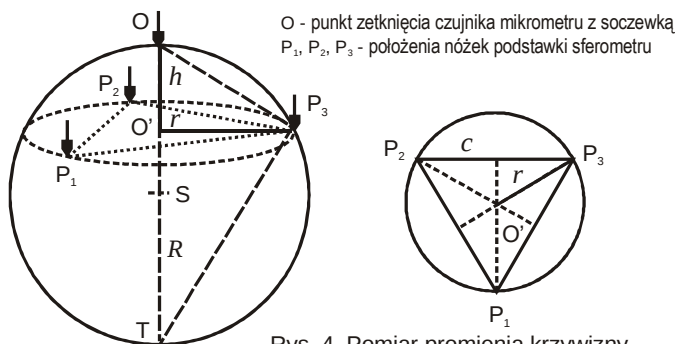
$$f_2 = \frac{f_1 \cdot f_u}{f_1 - f_u} \quad (6)$$

z którego, po podstawieniu wyznaczonych metodą Bessela odległości ogniskowych f_1 i f_u , obliczamy ogniskową soczewki rozpraszającej — f_2 .

Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki przy użyciu sferometru

Wysokość h czaszy kulistej soczewki możemy mierzyć za pomocą sferometru. Zasadniczym elementem pomiarowym sferometru jest ruchoma, pionowa śruba mikrometryczna lub zegarowy czujnik mikrometryczny. Element pomiarowy osadzony jest w trójnożnej podstawie.

Zaostrzone stożkowo nóżki podstawki tworzą wierzchołki trójkąta równobocznego, przez środek, którego przechodzi oś śruby.



Rys. 4. Pomiar promienia krzywizny

Rozpatrując widoczny na rys. 4 trójkąt OP_3T , którego kąt prosty oparty jest na średnicy, otrzymujemy związek pomiędzy promieniem R kuli (w naszym przypadku jest to promień krzywizny soczewki) promieniem r podstawy czaszy kulistej i wysokością h czaszy:

$$r^2 = (2R - h) \cdot h. \quad (7)$$

Okrąg stanowiący podstawę czaszy kulistej jest okręgiem opisanym na trójkącie równobocznym o boku c , utworzonym przez podstawę sferometru. Zachodzi, więc związek

$$r = \frac{c}{\sqrt{3}},$$

który po podstawieniu do (7) pozwoli uzyskać wzór na promień krzywizny:

$$R = \frac{c^2}{6h} + \frac{h}{2}. \quad (8)$$

Zatem mierząc c i h możemy wyznaczyć promień krzywizny. Wysokość czaszy kulistej jest różnicą między wskazaniem sferometru ustawionego na powierzchni płaskiej i wskazaniem odczytanym po ustawieniu sferometru na jednej z powierzchni badanej soczewki.

Przyjmujemy $h > 0$ dla powierzchni wypukłej i $h < 0$ dla powierzchni wklęsłej.

Współczynnik załamania materiału soczewki

Po wyznaczeniu ogniskowej soczewki i promieni krzywizny jej powierzchni możemy obliczyć współczynnik załamania materiału, z którego wykonana jest soczewka. Z (1) otrzymujemy:

$$n = \frac{R_1 R_2}{f(R_1 + R_2)} + 1. \quad (9)$$

Wykonanie ćwiczenia

Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej i rozpraszającej metodą Bessela

1. Odczytujemy na ławie optycznej odległość l przedmiotu od ekranu.
2. Szukamy takiego położenia b_1 soczewki, przy którym na ekranie otrzymujemy ostry obraz powiększony, a następnie położenia b_2 odpowiadającego obrazowi zmniejszonemu.
3. Ustawienia wykonujemy trzykrotnie i z odczytanych wartości obliczamy średnie — ich różnica daje odległość d : $d = b_1 - b_2$.
4. Obliczamy ogniskową soczewki f_1 w oparciu o wzór Bessela (5).
5. Łączymy soczewkę rozpraszającą o nieznaną ogniskową f_2 z soczewką skupiającą o wyznaczonej już ogniskowej f_1 . Wyznaczamy, metodą jak wyżej, ogniskową f_u układu.
6. Obliczamy ogniskową f_2 ze wzoru (6).

Wyznaczanie promieni krzywizn soczewek

1. Na kartce papieru odciskamy ślady nóżek podstawki sferometru. Przykładamy ostrza suwmiarki do zaznaczonych na papierze śladów i odczytujemy długości trzech boków trójkąta. Średnią wartość otrzymanych wyników przyjmujemy jako wartość boku trójkąta równobocznego — c .
2. Ustalamy położenie zerowe h_0 sferometru. W tym celu ustawiamy sferometr na gładkiej płytce i odczytujemy jego wskazanie (końcówka czujnika sferometru powinna dotykać płytki).
3. Następnie ustawiamy sferometr na powierzchni wypukłej soczewki skupiającej i odczytujemy wartość h_1 . Różnica $h = h_1 - h_0$ jest wysokością czaszy, odciętej z danej soczewki płaszczyzną utworzoną przez końce nóżek podstawki. Pomiar h_1 wykonujemy trzykrotnie.
4. Takie same pomiary wykonujemy na drugiej powierzchni soczewki, która może być również wypukła bądź wklęsła. W tym drugim przypadku wartość h jest ujemna.

5. Otrzymane średnie wartości h i c podstawiamy do wzoru (8) i obliczamy promienie krzywizn R_1 i R_2 soczewki skupiającej.
6. Ze wzoru (9) obliczamy współczynnik załamania światła, przyjmując wartość ogniskowej wyznaczoną metodą Bessela.
7. Takie same czynności powtarzamy z soczewką rozpraszającą.

Rachunek błędów

Maksymalne błędy bezwzględne wielkości mierzonych obliczamy metodą różniczki zupełnej. Obliczenia wykonujemy dla **soczewki skupiającej**.

Błąd pomiaru ogniskowej.

$$f_1 = \frac{l^2 - d^2}{4l}, \quad \Delta f_1 = \left| \frac{\partial f_1}{\partial l} \right| \Delta l + \left| \frac{\partial f_1}{\partial d} \right| \Delta d = \frac{l^2 + d^2}{4l^2} \Delta l + \frac{d}{2l} \Delta d.$$

Ponieważ $\Delta l = \Delta d = 2 \text{ mm}$, wzór na Δf_1 możemy doprowadzić do prostszej postaci:

$$\Delta f_1 = \frac{(l + d)^2}{4l^2} \Delta l. \quad (10)$$

Błąd pomiaru promienia krzywizny.

$$R = \frac{c^2}{6h} + \frac{h}{2}, \quad \Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial c} \right| \Delta c + \left| \frac{\partial R}{\partial h} \right| \Delta h.$$

Po obliczeniu pochodnych cząstkowych:

$$\Delta R = \left| \frac{c}{3h} \right| \Delta c + \left| -\frac{c^2}{6h^2} + 0,5 \right| \Delta h. \quad (11)$$

Wartość Δh równa jest podwójnej dokładności sferometru (2·0,01 mm).

$\Delta c = \max |c - c_i| + 0,1 \text{ mm}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (0,1 \text{ mm jest to dokładność suwmiarki})$

Błąd pomiaru współczynnika załamania.

$$n = \frac{R_1 R_2}{f_1 (R_1 + R_2)}, \quad \Delta n = \left| \frac{\partial n}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \left| \frac{\partial n}{\partial R_2} \right| \Delta R_2 + \left| \frac{\partial n}{\partial f_1} \right| \Delta f_1.$$

Obliczenia pochodnych cząstkowych prowadzą do wzoru:

$$\Delta n = \frac{R_2^2 \cdot \Delta R_1 + R_1^2 \cdot \Delta R_2}{|f_1| \cdot (R_1 + R_2)^2} + \left| \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right| \cdot \frac{\Delta f_1}{f_1^2}. \quad (12)$$

$\Delta f_1, \Delta R_1, \Delta R_2$, — z obliczeń powyżej (wzory (10), (11)).